

Título: Sistemas Dinâmicos para Análise de Ressonância no Mercado Financeiro

Orientando: Pedro Ariel de Alcântara Camargo
Insper São Paulo

Orientador: Prof. Dr. Marco Antonio Leonel Caetano
Insper São Paulo

Tema: *Previsões e interpretação de movimentações no mercado financeiro, dinâmica e estabilidade de sistemas*

1. Introdução e objetivos:

O mercado de capitais é reconhecido pelo dinamismo inerente e constante oscilação de resultados, marcado por movimentos abruptos e alta volatilidade em curtos espaços de tempo. Às vezes ocorrem quedas sem ser devidamente previstas por analistas. Exemplos retroagem desde o “crash” de 1929 na Bolsa de NY, ao “crash” de 2008. O intuito desse estudo é conseguir criar um sistema que permita analisar a ocorrência de “crashes” com relativa antecedência.

O mercado financeiro é feito de sistemas complexos, com inúmeras correlações e variáveis inter-relacionadas, (com eventos bruscos sendo responsáveis por crises financeiras, no caso do estudo abrangido, “crashes” de mercado), sendo esse um grande empecilho para qualquer análise futura de resultados. Além da constante causalidade entre fatores adversos, que dificultam a modelagem, há ainda o efeito temporal responsável por influenciar decisões que podem levar a oscilações súbitas, ou em nosso caso, os famosos “crashes”.

Assim como qualquer outro sistema dinâmico, o mercado financeiro é um complexo sistema composto por inúmeras variáveis que impactam diretamente nas soluções. Qualquer abordagem que for feita para interpretar as movimentações, tem que levar em consideração a importância das causalidades presentes.

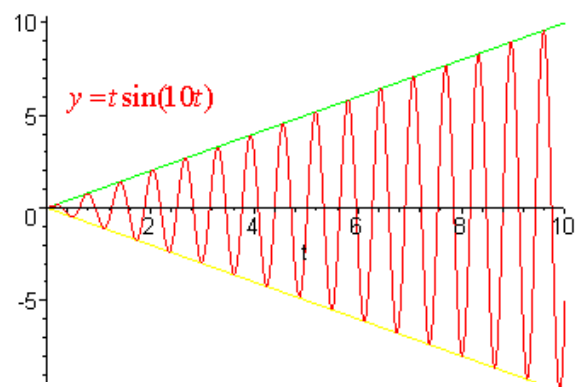
O objetivo principal desse estudo, é conseguir realizar uma modelagem de mercados, sobretudo bolsa de valores, usando metodologia de resolução de sistemas dinâmicos para poder desenvolver um indicador, que permita fazer previsões baseadas em dados reais para eventuais oscilações bruscas de mercado.

Sistemas dinâmicos, são caracterizados pela relação de causa e efeito entre os diferentes fatores cuja causalidade seja comprovada, e os fatores sejam relevantes ao cálculo. Em nosso estudo focamos em encontrar situações que ocorrem ressonâncias nos retornos do ativo, considerando que com a representação de índices relacionados a bolsa de valores, oscilações podem captar ao longo do tempo, ressonâncias importantes que provocam mudanças abruptas nos preços das ações.

Essas ressonâncias revelam interessantes variações que podem permitir algum tipo de previsão quando um eventual “crash” está prestes a ocorrer. Isso poderá possibilitar a criação de um indicador.

Um fenômeno com a presença de ressonância ocorre no mercado quando há oscilações de retornos com amplitudes crescentes a cada novo tempo observado.

Na eminência de ressonâncias, mercados tendem a se desestabilizar, quebrando o padrão de oscilações consideradas “normais” pelos investidores (ressonância ocorre em um cenário de retornos semelhantes ao gráfico da figura 1.



-Figura 1:
<https://ltcconline.net/green/courses/204/appsHigherOrder/forced2.gif>

Apesar de não haver uma regra definida, pode-se supor com bastante precisão que um ativo de mercado cujos retornos apresentam uma relação ressonante, sofrerão fortes efeitos de correção.

O estudo inicialmente será centralizado em índices financeiros representativos a carteiras de mercado, como por exemplo o IBOVESPA, ou NASDAQ. Porém o estudo não está restrito a esses ativos apenas e posteriormente mais ativos poderão ser analisados, especialmente os que apresentam variações muito bruscas com maior frequência.

Um estudo precursor foi de Krawiechi (2002) que fez a correlação entre mercados financeiros e ressonância, dentro da ramificação de econofísica. O estudo é interessante para servir como base para uma investigação mais aprofundada no fenômeno.

2. Histórico e Revisão Conceitual

Sendo de suma relevância ao estudo, sistemas dinâmicos foram desenvolvidos para aplicações em física, explicando conceitos como inércia, momento, oscilações harmônicas, entropia, entre muitos outros. Recentemente, diversos desses conceitos têm sido utilizados para explicar fenômenos econômicos, levando ao surgimento de uma nova área de estudos, a econofísica.

Apesar de ser uma ramificação recente, a econofísica atingiu resultados relevantes e teve um grau de precisão elevado para explicar movimentos mercadológicos. Dados os exemplos apontados, é perceptível que os sistemas dinâmicos são relevantes a estudos de mercado e devem ser considerados para estudos que buscam um grau de acurácia acima da média. Sistemas dinâmicos foram

Um aspecto matemático que precisamos averiguar, são equações diferenciais. Equações diferenciais são equações cujas incógnitas geram uma função relativo as suas respectivas derivadas. A ideia das variáveis é que as mesmas indicam taxas de variação, e variações provenientes daquela variável específica em relação ao todo.

Equações diferenciais podem apresentar pontos de equilíbrios estáveis e instáveis que dependem de cada fator individual.

As ressonâncias utilizadas para o indicador de previsão de “crashes”, se baseiam em equações diferenciais, considerando que o modelo para um oscilador harmônico amortecido segue a seguinte diferencial de 2ª ordem: $m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0$. Para um oscilador sem amortecimento e com ressonância, o termo de igualdade incorpora uma fórmula que pode levar a um cenário de ressonância, como por exemplo $m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = \sin(\omega t)$.

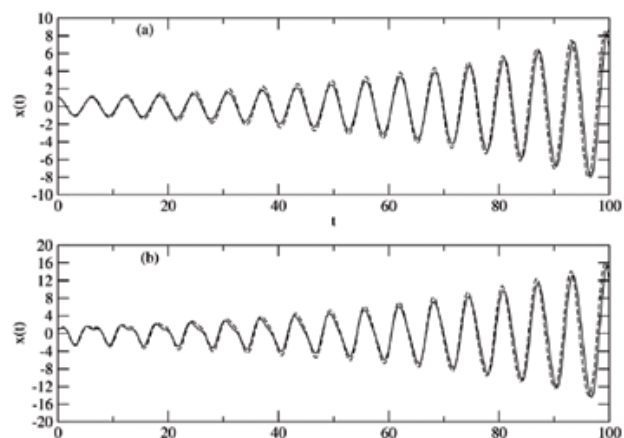


Figura 2: Exemplos de oscilações ressonantes
https://1.bp.blogspot.com/-S1wXJWITDy0/WXYRxmTvg5I/AAAAAAAAAGBA/zfZD00-vKpYIsvr3vf_7QnVSWis0zuLQCLCBGAs/s400/edf2.gif

Vale ressaltar que m é massa, x é deslocamento, t é tempo, k é a constante que representa o coeficiente de oscilação da mola, e ω_t representa outros fatores que veremos posteriormente. Como foi exemplificado pela apresentação das fórmulas acima, o pleno entendimento de equações diferenciais é necessário para poder seguir o trabalho na linha de raciocínio proposta.

Em nosso estudo, abordaremos equações de primeira e segunda ordem, homogêneas e não homogêneas, sejam as mesmas parciais ou não.

Equações de primeira ordem como a equação diferencial representativa de aceleração, $\frac{dv}{dt} = 5$, são homogêneas no sentido que não tem termo “forçante” em resposta, e são de primeiro grau dado que contempla apenas derivadas de primeiro grau. A equação perderia a homogeneidade caso incorporasse como resposta um termo como $\frac{dv}{dt} = 5t$.

As equações de segunda ordem, por sua vez, incorporam derivadas de segundo grau, exemplo: $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = 0$. Essa fórmula apresentada é diferencial de segunda ordem, homogênea. As não homogêneas seguem a mesma regra, das de primeira ordem, em que há a presença de um termo dito forçante no equilíbrio da equação.

Um exemplo seria: $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = 5e^t + \sin(t)$. As equações não homogêneas são mais complicadas de serem resolvidas de forma analítica, sendo que o procedimento às vezes necessita de métodos como solução particular ou solução por parâmetros. Nos aprofundaremos sobre os métodos no estudo efetivamente.

Em nosso estudo, utilizamos simulações computacionais de sistemas dinâmicos para explicar movimentos de mercado, dado a dificuldade de cálculo e complexidade de tais sistemas para resoluções analíticas.

As simulações computacionais são bastante lógicas e intuitivas, dado que o mercado é composto por múltiplas séries de variáveis exógenas e endógenas correlacionadas e expressivas ao modelo, e através dessas simulações podemos isolar tais variáveis e conseguir fazer previsões futuras.

Movimento harmônico simples: O caso mais simples de interesse é o da mola livre, sem a atuação de forças externas ou atrito. Nesta situação temos

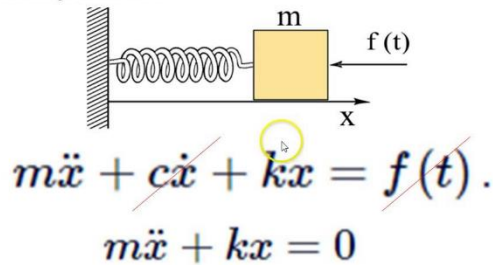


Figura 3: Movimento harmônico simples
<https://i.ytimg.com/vi/BxDIkCJPYok/maxresdefault.jpg>

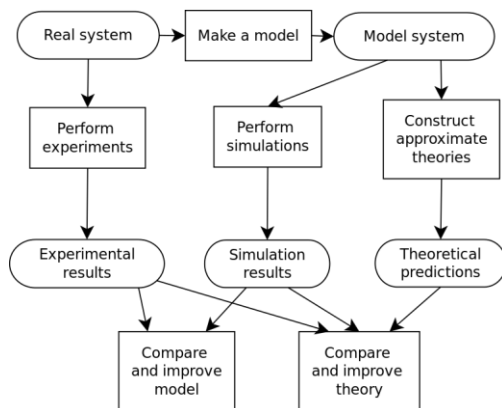


Figura 4: Diagrama exemplificando como funcionam sistemas
https://en.wikipedia.org/wiki/Computer_simulation#/med

Vale ressaltar que estamos assumindo, que o modelo pode ser explicado por sistemas dinâmicos, sendo tal suposição crucial para o estudo. Faremos comparações dos resultados das simulações com eventos passados para momentos em que ocorreram “crashes”, como em 2008, 1929 e em ocorrências. Cenários e oscilações passadas podem gerar a impressão de condicionamento para cobrir ocorrências passadas. Um provável indicador funcionará em tempo real para verificar seu grau de precisão comparado com a realidade.

Simulações computacionais consistem na reprodução da estrutura e relação de variáveis de um sistema matemático através de sistemas computadorizados para um intervalo escolhido pelo controlador da simulação. Vale ressaltar que para simulação computacional, precisa-se desenvolver um algoritmo.

Um algoritmo é uma coletânea de regras e procedimentos inequívocos para resolução de um modelo matemático. O sistema matemático é traduzido em uma série de regras e de parâmetros próprios endógenos ao mesmo, e os parâmetros são então seguidos respeitando as regras e parâmetros da condições e intervalos desejados para simulação através do algoritmo produzido.

A simulação acaba gerando dados nos conformes do modelo desejado, e esses dados são então utilizados para comparação com valores reais de mercado, para análises posteriores.

Para realizar nossas simulações computacionais utilizamos, VBA-Excel, pela simplicidade e o fato de ser atualmente é a ferramenta mais utilizada pelo mercado, dado a integração que possui com programas do Microsoft Office. O VBA-Excel permite automatizar planilhas e criar programações lógicas para realização de cálculos numéricos. Nesse estudo, utilizaremos VBA para realizar programar cálculos de soluções numéricas de equações diferenciais e sistemas para o cenário corrente, utilizando uma lógica de programação simples e concisa.

A ideia de gerar os algoritmos e não utilizar modelos prontos, consiste em entender como funcionam os cálculos, e qual a lógica por trás das funções de solução numérica. Outro aspecto que favorece o uso do VBA-Excel, é que a maior parte dos resultados reais que compararemos com as simulações estão disponíveis para download em formato .csv, que é mais facilmente convertido pelo Excel, e dentre todas plataformas, a única que pode receber dados atualizados em tempo real, é o Excel.

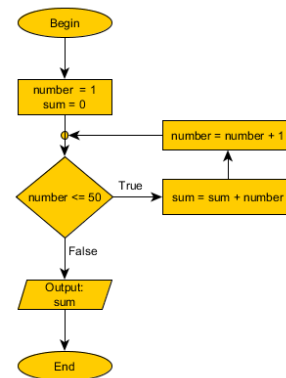


Figura 5: Exemplo de algoritmo:
<https://www.c-programming-simple-steps.com/images/sum-1-to-50.png>

O MATLAB além de ter todas fórmulas e sistemas prontos através de módulos configurados para o programa, o mesmo é ágil e bastante eficiente no procedimento dos cálculos.

O MATLAB é um software interativo com ênfase em algoritmos para cálculos numéricos. Ponderando isso, o MATLAB ainda tem ampla capacidade de processamento, combinando artifícios visuais, e gráficos para cálculos e interpretações. Além disso, o MATLAB tem ferramenta de transferência de transmissão de dados em tempo real para o Excel, o que permite fazer comparações entre os modelos calculados e os dados extraídos para o ativo em tempo real.

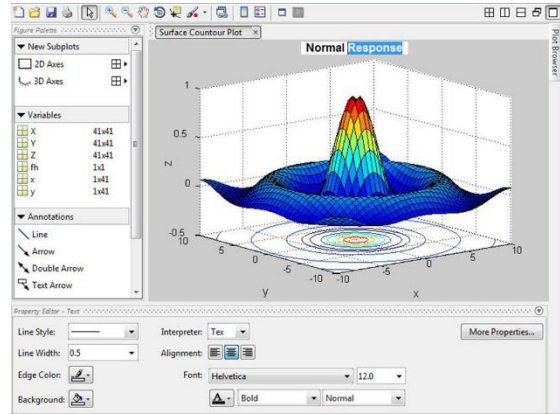


Figura 6: Matlab
<https://imag.malavida.com/mvimbig/download-fs/matlab-11853-1.jpg>

Vale ressaltar que só podemos incorporar e trabalhar com simulações computacionais como discutidos, assumindo a premissa de que o mercado pode ser modelado por sistemas dinâmicos. Como dito anteriormente, é de se esperar que tal premissa seja verdadeira pois modelos dinâmicos. Outro aspecto importante é que todos sistemas trabalhados no estudo terão um denominador comum de tempo, cruciais para garantir que as intuições certas sejam extraídas.

Por fim, o último aspecto crucial e relevante ao estudo, consiste em discutir os métodos de integração numérica, para resolução de equações diferenciais. Como foi dito anteriormente há grandes dificuldades e empecilhos em resolução de sistemas dinâmicos, por tanto, há momentos em que não há uma resolução algébrica ou analítica possível.

Apesar do método de variação dos parâmetros ser relativamente eficaz, há muitos resultados em que tal método falha ou deixa de ser correto para resolução. Como há essa dificuldade, e algoritmos necessitam de um método de resolução numérica para operação, exploramos os métodos matemáticos para resolução numérica de equações diferenciais afim de realizar as previsões almejadas. Os métodos utilizados por simulações computacionais se baseiam na integração numérica.

Há alguns métodos para resolução numérica, porém nosso foco será restrito aos métodos de resolução de Euler e Runge-Kutta. O método de Euler é amplamente utilizado em economia, dado ser uma ramificação simples e ter uma boa acurácia para previsões de valores próximos ao último calculado. O problema é que ao extrapolar para períodos maiores de previsão, Euler deixa de ter precisão e começa a se distanciar substancialmente dos valores reais.

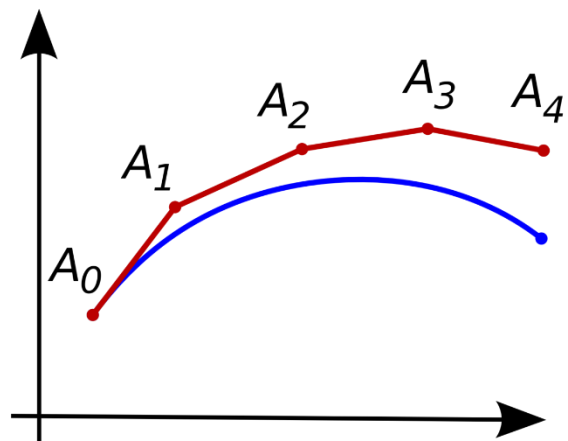


Figura 7: Exemplo de uma simulação utilizando método de Euler
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/ae/Euler_method.png/1200px-Euler_method.png

A equação de resolução de Euler segue o seguinte modelo:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{dy_i}{dx_i} \Delta x$$

Um meio de resolver isso, é com a utilização de Runge-Kutta de 4ª ordem, cuja fórmula é:

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + 0,5h, y_i + 0,5k_1h),$$

$$k_3 = f(x_i + 0,5h, y_i + 0,5k_2h)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3h),$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}h (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Nos aprofundaremos sobre Runge-Kutta e suas aplicações em nosso estudo, posteriormente. Runge-Kutta e Euler são importantes ferramentas para previsão de valores futuros de modelos dado a capacidade de fazer previsões numéricas para números futuros utilizando as informações atuais do sistema. É importante entender como esses métodos funcionam dado o fato que as simulações computacionais o utilizam.

Após gerar os resultados pelas simulações, acessaremos bancos de dados de sites financeiros (Yahoo, Uol) ou de terminais como Bloomberg e Economatica, e compararemos com os valores simulados pelas simulações. Isso é importante para ver qual a magnitude do erro em medidas objetivas (numérica e porcentual) e quais são as situações em que as simulações e indicadores se aproximaram da realidade, e as situações em que houve ampla discrepância.

Comparando aos dados reais teremos capacidade de ponderar e efetivamente analisar dentro de um intervalo de confiança escolhido, se o modelo e os indicadores são relevantes. A análise com dados reais é crucial para garantir que o trabalho seja embasado nos critérios corretos.

3. Materiais e Métodos:

Para realização do estágio de iniciação científica serão desenvolvidos os seguintes tópicos, para poder realizar o estudo como pretendido acima:

(1) Revisar equações diferenciais de 1ª ordem

Inicialmente, é necessário revisar as diferenciais de 1ª ordem para entender os princípios básicos por trás de todas equações diferenciais, dado que sistemas dinâmicos se baseiam em equações diferenciais. Equações de 1ª ordem explicam diversos modelos simples muito relevantes ao cotidiano como variação de deslocamento, entre outros. No nosso estudo, utilizaremos poucas equações diferenciais de 1ª ordem, porém é fundamental entendê-las para avançar aos modelos de 2ª ordem.

(2) Revisar equações diferenciais de 2ª ordem

É necessário trabalhar com equações diferenciais de 2ª ordem, dado a melhor aproximação com a realidade de mercados que as mesmas propõe. Equações diferenciais de 2ª ordem, são menos simplificadas e necessitam de menos hipóteses simplificadoras o que torna sua acurácia consideravelmente melhor. Além disso sistemas dinâmicos utilizam equações diferenciais de 2ª ordem em abundância, e fórmulas explicativas de movimentos oscilatórios e de ressonância se baseiam em equações diferenciais de 2ª ordem.

(3) Revisão sobre solução numérica para sistemas complexos

Não há como realizar o estudo sem utilizar resoluções numéricas para os modelos desenvolvidos. Como dito anteriormente, a resolução analítica tem eficiência limitada. Além disso, as simulações por computador utilizam soluções numéricas, ou seja para desenvolver algoritmos capazes de resolver os sistemas dinâmicos, precisamos entender como resolver equações diferenciais pelos métodos numéricos.

(4) Desenvolver programas capazes de resolução numérica para equações diferenciais no VBA.

Como dito anteriormente, o VBA é a linguagem mais utilizada no mercado de capitais, e devido a simplicidade do VBA, o mesmo é interessante para praticar o desenvolvimento de algoritmos. A ideia de utilizar o VBA, consiste em conseguir interpretar e conseguir gerar a lógica de resolução numérica pelos métodos mencionados (Euler e Runge-Kutta de 4ª ordem), ao invés de simplesmente utilizar os algoritmos prontos do MATLAB.

(5) Implementar simulações numéricas no MATLAB baseando se na lógica desenvolvida no VBA.

O MATLAB já tem módulos prontos para desenvolvimento de sistemas dinâmicos e estudos sobre ressonância, mesmo assim, é importante ter pleno conhecimento e habilidade sobre os métodos para melhorar a precisão da simulação do modelo para as oscilações ressonantes desejadas. O desenvolvimento prévio em VBA, fornece o “background knowledge” necessário para adaptar os parâmetros afim de obter resultados melhores.

(6) Revisar movimentos dissonantes e ressonantes

A ideia é obter conhecimento prévio para melhor análise das sensibilidades dos movimentos que antecipam movimentações com os “crashes”. Como dito anteriormente, trabalharemos com ressonância. Assim um, estudo prévio sobre o tema é crucial para poder incorpora-lo ao trabalho. Sendo assim, é importante ver como funcionam as ressonâncias e ver movimentações de retornos de mercado que se assemelham com o movimento para ter uma base formada para o estudo.

(7) Trabalhar no desenvolvimento do indicador de ressonância sob ótica mercadológica

(8) Analisar o indicador em relação a ressonância para os Crashes de 1929 e 2008

Tais eventos passados, possuem enorme significância no mercado de capitais, especialmente por terem passado despercebido da grande maioria dos analistas. Dado esse fenômeno, pretendemos analisar os retornos e comparar com movimentos ressonantes para ver a aplicação dos conceitos do estudo. Depois disso utilizaremos o indicador e os sistemas que desenvolvemos em comparação com os movimentos apresentados em ambos “crashes” para ver a precisão do indicador na prática.

(9) Explicar quais fatores levaram a tais movimentações

Tem que ver também o que resultou o “Crash” para saber formular um sistema que consiga prever o mesmo. Por isso, utilizaremos informações prévias aos acontecimentos para ver o que ocorria no mercado antes do “crash”.

4. Cronograma e Fases do Projeto:

Esse projeto terá uma intensiva investigação seguindo o seguinte plano:

- (1) Estudo de Equações Diferenciais de primeira ordem usando o livro de Boyce & Di Prima (2012). (Jan-Fev)
- (2) Estudo de Equações Diferenciais de segunda ordem usando o livro de Boyce & Di Prima (2012). (Mar-Abril)
- (3) Revisão da programação de integração numérica em VBA para solução numérica de Equações Diferenciais utilizando o livro Mercado Financeiro – Programação e Soluções Dinâmicos com Excel 2010 e VBA (2011) (Março-Abril)
- (4) Estudo da aplicação de sistemas dinâmicos para modelos representativos econômicos usando os livros “Economic dynamics_ Phase Diagrams and Their Economic Application”, e “An Introduction to Economic Dynamics” de Ronald Shone. (Mar-Jun)
- (5) Estudo de programação em MATLAB com auxílio do Orientador Marco Antonio Leonel Caetano. (Abril-Maio)
- (6) Estudo sobre ressonância e suas aplicações nas mais variadas áreas (Abril-Set)
- (7) Estudo de modelos de resolução numéricos para equações diferenciais pela literatura de Márcia A. Gomes Ruggiero (1988) (Jun-Jul)

5. Objetivos e Resultados Esperados:

Como é de se esperar de um estudo de tal magnitude, há muitos resultados esperados sendo que diversos deles são indiretos ao resultado, mas cruciais para a metodologia e abordagem correta ao problema apresentado.

Um primeiro resultado esperado e previsível é que o entendimento dos envolvidos com relação a sistemas dinâmicos evolua de forma considerável. É de se esperar que ao término do projeto tenhamos capacidade de discernir os fluxos, efeitos e situações de equilíbrio de sistemas dinâmicos. Tal resultado é importante, pois para desenvolver os modelos utilizados para explicar os sistemas dinâmicos envolvidos, precisa se ter um amplo conhecimento prévio, para conseguir alocar as variáveis de forma a corresponderem ao efeito resultante equivalente na vida real.

Vale ressaltar que tal conhecimento tem aplicações que se estendem e sobrepõe os confinamentos do trabalho, dado a importância de sistemas dinâmicos no dia a dia. Se espera também que haja uma grande evolução no conhecimento de estabilização de pontos de equilíbrios em sistemas dinâmicos para poder comparar cenários de retornos relativamente inexpressivos com cenários de retornos ressonantes, proporcionando a oportunidade de interpretar os dados com maior acurácia.

Um segundo resultado esperado, não correlacionado com o objetivo principal, é conseguir melhorar a habilidade de programação, dado a necessidade de representar esses sistemas dinâmicos em algoritmos e simulações computacionais, visando gerar resultados que possam ser comparados a realidade dos ativos estudados. Dado o foco nas ferramentas, VBA e MATLAB, é de se esperar que haja um aprendizado substancial sobre como transformar os modelos dinâmicos representativos em algoritmos para simulações dentro dos contextos de linguagem das ferramentas utilizadas.

Por fim um último resultado esperado e significativo a criação do indicador final, é conseguir desenvolver a habilidade de isolar variáveis individuais e seus efeitos no contexto de mercados de capitais, ou situações macro e microeconômicas. Esse resultado é crucial, pois no âmbito do objetivo principal do trabalho, há a necessidade de se gerar um sistema que se assemelhe com a realidade para ser extraído e levado ao contexto de oscilação ressonante.

O objetivo principal do trabalho consiste em tentar desenvolver um indicador técnico para previsão de oscilações abruptas de mercado, utilizando o princípio de ressonância. Esperamos que através de sistemas dinâmicos, apareça a possibilidade de observar movimentos ressonantes por um indicador que permita sinalizar quando um movimento brusco de mercado está para ocorrer e qual a magnitude do movimento. Dado a dificuldade de tal objetivo, temos diversos outros resultados esperados com o estudo, que podem servir como base para um estudo posterior, e um aprofundamento no tema.

Vale ressaltar que o modelo será simplificado e não uma perfeita representação da realidade, porém dentro das limitações impostas pela complexidade dos sistemas envolvidos, esperamos poder explicar eventos passados como o Crash de 1929 da Bolsa Americana, o Crash de 2008, e gerar um indicador que possa funcionar para situações futuras de “Crashes”.

6. Bibliografia:

- Boyce, William E., e Richard C. DiPrima. Elementary Differential Equations. 10th ed., Wiley, 2012.
- Shone, Ronald. An Introduction to Economic Dynamics. Cambridge University Press, 2001.
- Shone, Ronald. Economic dynamics_ Phase Diagrams and Their Economic Application . Cambridge University Press, 2003.
- Caetano, Marco Antonio Leonel. Mercado Financeiro – Programação e Soluções dinâmicas com Microsoft Office 2010 e VBA . 1st ed., Érica, 2011.
- Provenzano, D. (2002). An artificial stock market in a system dynamics approach. 20th System dynamics conference. Palermo: System dynamics society.
- P.L. Kunsch, M. Theys, A. Chevalier, J.P. Iacopetta: A System Dynamics model of stock price movements. In: Decision Making: Recent Developments and Worldwide Applications ed by G. Doukidis, S.H. Zanakis, C. Zapounidis (Kluwer Academic Publisgers, 2000)
- Ruggiero, Marcia A. Gomes, e Vera Lúcia da Rocha Lopes. Cálculo Número Aspectos Teóricos e Computacionais . 1st ed., McGraw-Hill, 1988.
- Krawieckiego, Andrzej, and Janusz Hołyst. “Stochastic Resonance as a Model for Financial Market Crashes and Bubbles.” *Http://Www.if.pw.edu.pl/~Jholyst/Data/stoch_multi.Pdf*, Elsevier, 8 July 2002, www.if.pw.edu.pl/~jholyst/data/stoch_multi.pdf.